Муниципальное нетиповое общеобразовательное учреждение Лицей

**Реферат на тему**

**«Понятие о Симметрии»**

Выполнил ученик

9 «Д» класса

Дремов Андрей

Руководитель:

Иноземцева Е.И.

г. Кемерово 2010

Содержание

**Понятие о симметрии 3**

**История 4**

**Симметрия в окружающем мире 6**

Симметрия в физике 6

Симметрия в математике 7

Симметрия в химии 8

Симметрия в биологии 9

Симметрия растений 10

Симметрия животных 10

Симметрия у человека 11

Симметрия в архитектуре 12

Симметрия в литературе 13

Симметрия в музыке 13

**Виды симметрии 14**

Зеркальная симметрия 14

Поворотная симметрия 17

Зеркально-поворотная симметрия 18

Переносная симметрия 19

Скользящая симметрия 20

Орнаменты и бордюры 20

**Симметрия графиков функций 21**

**Симметрия помогает решать задачи 23**

**Литература 25**

**Понятие о симметрии**

*Что же такое симметрия? Почему симметрия буквально пронизывает весь окружающий нас мир?*

С симметрией мы встречаемся всюду. Понятие симметрии проходит через всю многовековую историю человеческого творчества. Оно встречается уже у истоков человеческого знания; его широко используют все без исключения направления современной науки. Принципы симметрии играют важную роль в физике и математике, химии и биологии, технике и архитектуре, живописи и скульптуре, поэзии и музыке. Законы природы, управляющие неисчерпаемой в своем многообразии картиной явлений, в свою очередь, подчиняются принципам симметрии.

Существуют, в принципе, две группы симметрий. К первой группе относится симметрия положений, форм, структур. Это та симметрия, которую можно непосредственно видеть. Она может быть названа геометрической симметрией. Вторая группа характеризует симметрию физических явлений и законов природы. Эта симметрия лежит в самой основе естественнонаучной картины мира: ее можно назвать физической симметрией.

Одно из наиболее популярных определений понятия симметрии принадлежит немецкому математику Герману Вейлю: «Симметрия – есть идея, с помощью которой человек веками пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство».

**История**

На протяжении тысячелетий в ходе общественной практики и познания законов объективной действительности человечество накопило многочисленные данные, свидетельствующие о наличии в окружающем мире двух тенденций: с одной стороны, к строгой упорядоченности, гармонии, а с другой - к их нарушению. Люди давно обратили внимание на правильность формы кристаллов, цветов, пчелиных сот и других естественных объектов и воспроизводили эту пропорциональность в произведениях искусства, в создаваемых ими предметах, через понятие симметрии.

«Симметрия, - пишет известный ученый Дж. Ньюмен, - устанавливает забавное и удивительное родство между предметами, явлениями и теориями, внешне, казалось бы, ничем не связанными.»

Слово «симметрия» имеет двойственное толкование. В одном смысле симметричное означает нечто весьма пропорциональное, сбалансированное; симметрия показывает тот способ согласования многих частей, с помощью которого они объединяются в целое. Второй смысл этого слова - равновесие. Еще Аристотель говорил о симметрии как о таком состоянии, которое характеризуется соотношением крайностей. Из этого высказывания следует, что Аристотель, пожалуй, был ближе всех к открытию одной из самых фундаментальных закономерностей Природы – закономерности, о ее двойственности.

Пристальное внимание уделяли симметрии Пифагор и его ученики. Исходя из учения о числе пифагорейцы дали первую математическую трактовку гармонии, симметрии, которая не потеряла своего значения и в наши дни. Взгляды Пифагора и его школы получили дальнейшее развитие в платоновском учении о познании. Особый интерес представляют взгляды Платона на строение мира, который, по его утверждению, состоит из правильных многоугольников, обладающих идеальной симметрией. Для Платона характерно соединение учения об идеях с пифагорейским учением о числе. Среди более поздних естествоиспытателей и философов, занимавшихся разработкой категории симметрии, следует назвать Р. Декарта и Г. Спенсера. Так, по Декарту, бог, создав асимметричные тела, придал им "естественное" круговое движение, в результате которого они совершенствовались в тела симметричные.

Античные философы читали симметрию, порядок и определенность сущностью прекрасного. Архитекторы, художники, даже поэты и музыканты с древнейших времен знали законы симметрии. Строго симметрично строятся геометрические орнаменты; в классической архитектуре господствуют прямые линии, углы, круги, равенство колонн, окон, арок, сводов. Конечно симметрия в искусстве не буквальная – мы не увидим на картине человека слева и точно такого же справа. Законы симметрии художественного произведения подразумевают не однообразие форм, а глубокую согласованность элементов. Ассиметрия – другая сторона симметрии, ни природа, ни искусство не терпят точных симметрий.

Характерно, что к наиболее интересным результатам наука приходила именно тогда, когда устанавливались факты нарушения симметрии. Следствия, вытекающие из принципа симметрии, интенсивно разрабатывались физиками в прошлом веке и привели к ряду важных результатов. Такими следствиями законов симметрии являются, прежде всего, законы сохранения классической физики.

В настоящее время в естествознании преобладают определения категорий симметрии и асимметрии на основании перечисления определенных признаков. Например, симметрия определяется как совокупность свойств: порядка, однородности, соразмерности, гармоничности. Все признаки симметрии во многих ее определениях рассматриваются равноправными, одинаково существенными, и в отдельных конкретных случаях, при установлении симметрии какого-то явления, можно пользоваться любым из них. Так, в одних случаях симметрия - это однородность, в других - соразмерность и т. д. То же самое можно сказать и о существующих в частных науках определениях асимметрии.

**Симметрия в окружающем мире**

Принципы симметрии - асимметрии используются во всех без исключения направлениях современной науки. Симметрия - асимметрия играют важную роль в математике, логике, философии, искусстве, биологии, физике, химии и других науках, которые имеют дело с системами, а также исследованиями в области общей методологии. В философии выделяют следующие группы симметрии. Первая группа - это симметрия геометрическая, т.е. симметрия положений форм и структур. Это та симметрия, которую можно воспринимать визуально. Вторая группа - это симметрия явлений и законов природы. В ходе многовековой практики познания мира и познания законов объективной действительности человечество накопило многочисленные данные о том, что в окружающем и мире действуют две тенденции: с одной стороны, тенденция к упорядоченности, гармонии, а с другой - к ее нарушению.

**Симметрия в физике.**

Принципы симметрии являются в физике инструментом для отыскания новых законов природы. К числу симметричных принципов относится принцип относительности Галилея и Эйнштейна.

В 1894 году на свет появилась последняя работа Пьера Кюри, посвящённая симметрии физических явлений. Статья называлась «О симметрии физических явлений: симметрия электрического и магнитного поля». Именно в этой работе и были сформулированы наиболее глубокие идеи учёного, касающиеся универсальной роли симметрии в природе. Во взаимоперпендикулярных плоскостях симметрично и распространение электромагнитных волн.

|  |
| --- |
| 51193 |

|  |
| --- |
| 51190 |

Ещё одним учёным, который пытался объяснить симметрию с точки зрения физики, был Е.С.Фёдоров. Исходя из принципов симметрии, он доказал, что существует конечное число типов кристаллов.

*Примеры Электромагнитных волн*

**Симметрия в математике.**

Вернемся к разложению многочлена на линейные множители:

Напомним, что , …, – корни многочлена *P(x)*; они могут быть как действительными, так и комплексными. Если раскрыть скобки в правой части этого разложения и сравнить коэффициенты при одинаковых степенях *x* слева и справа, то получим:

*………………………………………*

Эти соотношения для вывел Виет. Поэтому получившиеся равенства называют формулами Виета. При *n=2* они принимают вид

хорошо нам знакомый.

Посмотрим внимательно на левые части равенств. Они являются многочленами *n* переменных причем каждый из этих многочленов обладает замечательным свойством: как бы мы ни меняли буквы местами, каждый раз получается многочлен, тождественно равный исходному. Например, поменяем в многочлене местами переменные или, как пишут короче, произведем перестановку. Получится многочлен , который отличается от заданного лишь порядком слагаемых. Эта же перестановка переводит одночлен в тождественно равный ему одночлен . Полученный результат неудивителен – эти многочлены являются симметрическими, т.е. не изменяющиеся при любых перестановках входящих в них переменных.

Рассмотрим равнобедренный треугольник. Этот треугольник имеет одну ось симметрии. Симметрия его оси определяется перестановкой его вершин.

Правильный треугольник обладает тремя осями симметрии – это прямые, содержащие высоты треугольника. Его осевые симметрии определяются следующими перестановками вершин:

, , .

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\321.jpg |

У прямоугольника имеется лишь две оси симметрии, с которыми связаны перестановки:

и .

Ну а в свою очередь квадрат обладает четырьмя осевыми симметриями, задаваемыми перестановками:

, , , .

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\231.jpg |
|  |

**Симметрия в химии.**

Симметрия обнаруживается также и на атомном уровне изучения вещества. Она проявляется в недоступных непосредственному наблюдению геометрически упорядоченных атомных структурах молекул.

В 1810 году Д.Дальтон, желая показать своим слушателям как атомы, комбинируясь, образуют химические соединения, построил деревянные модели шаров и стержней. Эти модели оказались превосходным наглядным пособием. Молекула воды имеет плоскость симметрии (прямая вертикальная линия). Ничто не изменится, если поменять местами парные атомы в молекуле; такой обмен эквивалентен операции зеркального отражения.

Исключительно важную роль в мире живой природы играют молекулы ДНК (дезоксирибонуклеиновая кислота). Это двуцепочечный высокомолекулярный полимер, мономером которого являются нуклеотиды.

Молекулы ДНК имеют структуру двойной спирали, построенной по принципу комплементарности.

В молекуле метана СН4 атом углерода связан с четырьмя одинаковыми атомами водорода. Физическое равноправие всех четырёх связей между атомами углерода и водорода естественным образом согласуется с пространственной структурой молекулы метана в виде тетраэдра, в вершине которого находятся атомы водорода, а в центре – атом углерода.

|  |
| --- |
| 33932 |

|  |
| --- |
| 33897 |

*Структура ДНК*

*Кристаллическая решетка поваренной соли*

**Симметрия в биологии.**

На явления симметрии в живой природе обратили внимание ещё в Древней Греции пифагорейцы в связи с развитием учения о гармонии (5 век до н.э.). В 19 веке появились единичные работы, посвящённые симметрии в растительном и животном мире.

В 20 веке усилиями российских учёных – В.Беклемишева, В.Вернадского, В.Алпатова, Г.Гаузе – было создано новое направление в учении о симметрии – биосимметрика. Исследование симметрии биоструктур на молекулярном и надмолекулярном уровнях позволяет заранее определить возможные варианты симметрии в биообъектах, строго описывать внешнюю форму и внутреннее строение любых организмов.

|  |
| --- |
| 51029 |

|  |
| --- |
| 51032 |

*Симметрия вирусов*

**Симметрия растений.**

Характерная для растений симметрия конуса хорошо видна на примере любого дерева. Дерево поглощает из почвы влагу и питательные вещества за счёт корневой системы, то есть снизу, а остальные жизненно важные функции выполняются кроной, то есть наверху. Поэтому направления «вверх» и «вниз» для дерева, существенно различны. А направления в плоскости перпендикулярной к вертикали, для дерева фактически неразличимы: по всем этим направлениям к дереву в равной мере поступают воздух, свет, и влага. В результате появляется вертикальная поворотная ось и вертикальная плоскость симметрии.

У цветковых растений в большинстве проявляется радиальная и билатеральная симметрия. Цветок считается симметричным, когда каждый околоцветник состоит из равного числа частей. Цветки, имея парные части, считаются цветками с двойной симметрией и т.д. Тройная симметрия характерна для однодольных растений, пятерная – для двудольных.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\Pictures\cvetok.jpg |

|  |
| --- |
| S00024I |

**Симметрия животных.**

Под симметрией у животных понимают соответствие в размерах, форме и очертаниях, а также относительное расположение частей тела, находящихся на противоположных сторонах разделяющей линии.

Сферическая симметрия имеет место у радиолярий и солнечников, тело которых сферической формы, а его части распределены вокруг центра сферы и отходят от неё. У таких организмов нет ни передней, ни задней, ни боковых частей тела, любая плоскость, проведённая через центр, делит животное на одинаковые половинки.

При радиальной или лучистой симметрии тело имеет форму короткого или длинного цилиндра либо сосуда с центральной осью, от которого отходят в радиальном порядке части тела. Это кишечнополостные, иглокожие, морские звёзды.

При билатеральной симметрии осей симметрии три, но симметричных сторон только одна пара. Потому что две другие стороны – брюшная и спинная – друг на друга не похожи. Этот вид симметрии характерен для большинства животных, в том числе насекомых, рыб, земноводных, рептилий, птиц, млекопитающих.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\Pictures\166.jpg |

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\Pictures\starfish.jpg |

|  |
| --- |
| C_009I |

**Симметрия у человека.**

Тело человека построено по принципу двусторонней симметрии. Большинство из нас рассматривает мозг как единую структуру, в действительности он разделён на две половины. Эти две части – два полушария – плотно прилегают друг к другу. В полном соответствии с общей симметрией тела человека каждое полушарие представляет собой почти точное зеркальное отображение другого.

Управление основными движениями тела человека и его сенсорными функциями равномерно распределено между двумя полушариями мозга. Левое полушарие контролирует правую сторону мозга, а правое – левую сторону.

Физическая симметрия тела и мозга не означает, что правая сторона и левая равноценны во всех отношениях. Достаточно обратить внимание на действия наших рук, чтобы увидеть начальные признаки функциональной симметрии. Лишь немногие люди одинаково владеют обеими руками; большинство же имеет ведущую руку.

Женщины более склонны к леворукости, чем мужчины. У них потрясающая интуиция, которая «живёт» в правом полушарии, но слабее пространственная функция, логика, воля самоконтроль.

Среди мужчин много композиторов, художников, что говорит о развитии левого полушария.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\Pictures\3216484_3.jpg |

*Рисунок Леонардо да Винчи, изображающий симметрию человека*

**Симметрия в архитектуре.**

В геометрических орнаментах всех веков запечатлены неиссякаемые фантазия и изобразительность художников и мастеров, чьё творчество было ограничено жёсткими рамками, установленными неукоснительным следованием принципам симметрии. Трактуемые несравненно шире идеи симметрии нередко можно встретить в живописи, скульптуре, музыке и поэзии. Во многих случаях именно язык симметрии оказывается особенно пригодным для обсуждения произведений искусства, даже если последние отличаются отклонениями от симметрии или их создатели стремились умышленно её избежать.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\Pictures\0607_india_tadj.jpg |

*Тадж-Махал в Индии*

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\Pictures\Sobor-sv-Petra.jpg |

*Собор Святого Петра*

**Симметрия в литературе.**

Симметрия так же встречается в литературе. Ярким примером этого служит палиндром. Палиндром - это слово или текст, одинаково (или почти одинаково) читающиеся в обоих направлениях. Известный палиндром: «А роза упала на лапу Азора». Самым длинным в мире палиндромом принято считать финское слово SAIPPUAKIVIKAUPPIAS (торговец шелком).

**Симметрия в музыке.**

Душа музыки, ритм, состоит в правильном периодическом повторении частей музыкального произведения. Правильное повторение одинаковых частей в целом и составляет сущность музыки. Мы с большим правом можем приложить к музыкальному произведению понятие симметрии, что это произведение записывается при помощи нот.

Самое непосредственное отношение имеет к симметрии композиция. Великий немецкий поэт И.В.Гете утверждал: « Всякая композиция основана на скрытой симметрии. Владеть законами композиции – это значит владеть законами симметрии».

**Виды симметрии**

**Зеркальная симметрия.**

Рассмотрим простой пример объекта и его зеркального двойника – треугольник *ABC* и треугольник (здесь *MN* – пересечение плоскости зеркала с плоскостью рисунка). Каждой точки объекта соответствует определенная точка двойника. Эти точки находятся на одном перпендикуляре к прямой *MN*, по разные стороны и на одинаковом расстоянии от нее. Приведенный нами объект является двухмерным. В общих случаях объект и его двойник являются трехмерными.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис1 копия.jpg |

Обычно считается, что наблюдаемый в зеркале двойник является точной копией самого объекта. В действительности это же не совсем так. Зеркало не просто копирует объекта, а меняет местами (представляет) передние и задние по отношению к зеркалу части объекта. В сравнение с самим объектом его зеркальный двойник оказывается «вывернутым» вдоль направления, перпендикулярного к плоскости зеркала. Это хорошо видно на рисунке 1, *а* и фактически незаметно на рисунке 1, *б*. Вы можете не согласиться с тем, что зазеркальный двойник не является точной копией объекта. Ведь объект и его двойник на рисунке 1, *а* различаются только своей ориентацией: они развернуты навстречу друг другу. В связи с этим приведем более интересный пример.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис 3.jpg |

*Рис.1*

Предположим, что конус вращается вокруг своей оси (рис. 2). Вращение конуса будем показывать круговой стрелкой. Если ось вращения перпендикулярна к плоскости зеркала, то направление вращения конуса при отражении в зеркале сохраняется (рис. 2,*а*). Если же ось вращения параллельна зеркалу, то направление вращения изменяется при отражении на противоположное (рис. 2,*б*). Теперь уже никакими перемещениями и поворотами нельзя совместить (мысленно) объект с зазеркальным двойником. Другими словами, вращающийся конус и его зазеркальный двойник – по сути дела разные объекты.

Итак, мы убедились, что объект и его зазеркальный двойник при всей своей схожести могут быть разными.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис2.jpg |

*Рис.2*

Предположим, что одна половина объекта является зеркальным двойником по отношению к другой половине. Такой объект называют зеркально симметричным. Он преобразуется сам в себя при отражении в соответствующей зеркальной плоскости; эту плоскость называют плоскостью симметрии. В случае двухмерного (плоского) объекта вместо плоскости симметрии рассматривается ось симметрии – линия пересечения плоскости симметрии с плоскостью объекта. В случае одномерного (линейного) объекта рассматривается центр симметрии – точка пересечения прямой объекта с плоскостью симметрии. На рисунке 3 приведены примеры зеркально симметричных объектов:

а) одномерный объект (*О* – центр симметрии)

б) двухмерный объект(*MN* – ось симметрии)

в) трехмерный объект(*S* –плоскость симметрии).

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис10.jpgC:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис11.jpgC:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис12.jpg |

Одномерный объект имеет не более одного центра симметрии. Двухмерный объект может иметь несколько осей симметрии, а трехмерный – несколько плоскостей симметрии.

Напишем на листе бумаги заглавными печатными буквами два слова «КОФЕ» и «ЧАЙ». В результате получим, что зеркало не подействовало на слово «КОФЕ», но оно изменило слово «ЧАЙ» до неузнаваемости. Этот «фокус» имеет простое объяснение. Разумеется, зеркало одинаковым образом отражает нижнюю половину обоих слов. Однако в отличие от слова «ЧАЙ» слово «КОФЕ» обладает горизонтальной осью симметрии; именно поэтому оно не искажается при отражении в зеркале.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис13.jpg |

Допустим, что объект характеризуется единственной плоскостью (осью) симметрии. Разрежем объект по плоскости (оси) симметрии на две половинки. Эти половинки являются, очевидно, зеркальным изображением одна другой. Каждая из половинок зеркально асимметрична. Эти половинки называются Энантиоморфами.

Энантиоморфы – это пара зеркально асимметричных объектов (фигур), являющихся зеркальным изображение один другого.

**Поворотная симметрия.**

Допустим, объект совмещается сам с собой при повороте вокруг некоторой оси на угол, равный (или кратный этой величине), где *n* = 2, 3, 4, … В этом случае мы имеем дело с поворотной симметрией, указанная ось называется осью поворотной осью *n-ого* порядка. В приводимом примере мы встречались с поворотной осью 2-ого порядка букв «Ф» и «И» и рассматривая фигуры в пункте «Симметрия в математике». На рис.3 мы видим примеры простых объектов с поворотными осями разного порядка – от 2-го до 5-го.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис321.jpg |

*Рис.3*

У трехмерного объекта может быть несколько поворотных осей.

Рассмотрим куб. Куб имеет три поворотные оси 4-го порядка (рис.4, *а*). При более внимательном рассмотрении мы обнаруживаем шесть поворотных осей 2-го порядка, проходящих через середины противоположных параллельных ребер (рис.4, *б*), а так же четыре поворотные оси 3-го порядка, совпадающие с внутренними диагоналями куба (рис.4, *в*). Круговой цилиндр имеет бесконечное число поворотных осей 2-ого порядка и одну поворотную ось бесконечно высокого порядка (рис.5).

|  |
| --- |
| **C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис3221.jpgC:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис32.jpgC:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис32321.jpg** |

*Рис.4*

Круговой цилиндр имеет бесконечное число поворотных осей 2-ого порядка и одну поворотную ось бесконечно высокого порядка (рис.5).

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис323213.jpg |

*Рис.5*

**Зеркально-поворотная симметрия.**

Вырежем из плотной бумаги квадрат и впишем внутрь его косо другой квадрат (рис.6). Затем отогнем углы бумаги по линиям, ограничивающим внутренний квадрат. В результате получим фигуру, показанную на рисунке 7. Этот объект имеет ось 2-го порядка (ось *AB*) и не имеет плоскостей симметрии. Рассмотрим наш объект сначала сверху, потом снизу (с противоположной стороны листа бумаги). Мы обнаружим, что никакого различия между «верхом» и «низом» нет; в обоих случаях объект выглядит одинаково. В связи с этим возникает мысль, что поворотная симметрия 2-го порядка не исчерпывает всей симметрии данного объекта. Дополнительная симметрия, которой обладает объект, – эта так называемая зеркально-поворотная симметрия: объект совмещается сам с собой в результате поворота на вокруг оси *AB* и последующего отражения в плоскости *CDEF*. Ось *AB* называют зеркально-поворотной осью 4-го порядка

|  |
| --- |
| **C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис897.jpg** |

|  |
| --- |
| **C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис8927.jpg** |

*Рис.6 Рис.7*

**Переносная симметрия.**

Рассмотрим плоскою фигуру, изображенную на рисунке 8,а. При переносе (трансляции) вдоль прямой AB на расстояние а (или кратное этой величине) фигура совмещается сама с собой. В этом случае говорят о переносной, или трансляционной симметрией. Прямая AB называется осью переноса, а расстояние а – элементарным переносом или периодом. Строго говоря, симметричная по отношению к переносам фигура должна быть бесконечно длинной в направлении оси переноса. Однако понятие переносной симметрии применяют и в случае фигур конечных размеров, имея в виду наблюдаемое при переносе частичное совмещение фигуры. Из рисунка 8,б видно, что при переносе конечной фигуры на расстояние а вдоль прямой AB наблюдается совмещение участка 1 и участка 2.

|  |
| --- |
| **C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис32145.jpg** |

*Рис.8*

**Скользящая симметрия.**

В качестве примера отметим симметрию, отвечающую наличию так называемой скользящей плоскости симметрии (точнее, скользящей оси симметрии, так как рассматривается плоская фигура). На рисунке 9 изображена фигура, обладающая переносной симметрии вдоль оси *AB* с периодом 2*а*. Нетрудно видеть, что здесь имеет место еще один тип симметрии – симметрии относительно переноса вдоль оси *AB* с периодом *а* и последующего отражения относительно оси *AB.* Ось *AB* называется скользящей осью симметрии с периодом *а*.

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис86.jpg |

*Рис.9*

**Орнаменты и бордюры.**

Периодический рисунок на длинной ленте называют бордюром. На практике бордюры встречаются в различных видах.

Трудно найти человека, не любовавшегося орнаментами – этими удивительными рисунками, часто встречающимися в художественном творчестве. В них можно обнаружить затейливое сочетание переносной, зеркальной и поворотной симметрии.

В основе любого орнамента лежит математическая строгость организации формы, простая или усложненная система повторов; узор, как правило, строится по законам симметрии. Выдающийся немецкий математик Герман Вейль, в своей книге "Симметрия" писал: «Искусство орнамента содержит в неявном виде наиболее древнюю часть известной нам высшей математики».

|  |
| --- |
| C:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис523.jpgC:\Documents and Settings\Redder\Рабочий стол\Redder\Реферат ©Стронг\рисунки\рис6232.jpg |

*Примеры различных орнаментов*

**Симметрия графиков функций.**

Давайте разберем, сколько осей симметрии имеют графики различных функций.

Рассмотрим график функции y = x2. Парабола имеет одну ось симметрии – ось координат (рис.10).

|  |
| --- |
| Y = x2 |

*Рис.10*

Построив график функции y = x3, мы увидим, что кубическая парабола имеет один центр симметрии – начало координат (рис.11).

|  |
| --- |
| Y = x3 |

*Рис.11*

Графиком функции у =kx+b является прямая. А мы знаем, что прямая имеет бесконечно много осей симметрии и центров симметрии (рис.12).

Рассмотрим график функции y = k/x. Гипербола имеет две оси симметрии и еще центр симметрии (рис.12).

|  |
| --- |
| Y = kx+b  Y = k/x |

*Рис.12*

А график функции у = не имеет ни осей симметрии, ни центра симметрии.

**Симметрия помогает решать задачи**

**Задача 1.**

Даны две точки *A* и *B* по одну сторону прямой *l*. Найдите на прямой *l* точку *X*, для которой сумма отрезков *AX* и *XB* будет наименьшая.

**Решение.** Анализ. Отобразим точку *A* симметрично относительно прямой *l.* Получим точку *A1*. Пусть Х – точка пересечения прямых *l* и *А1В*, а *Y* – произвольная точка прямой *l*. Тогда *AY+YB = A1Y+YB > A1B = А1Х + ХВ = АХ + ХВ*. Для любой точки *Y* прямой *l* выполняется неравенство *AY+YB > АХ + ХВ*. Расстояние *АХ + ХВ* минимальное.

Построение. Отобразить точку *A* симметрично относительно прямой *l*. Полученную точку *A1* соединить отрезком с точкой *В*. Точка пересечения *X* прямых *А1В* и *l* искомая.

|  |
| --- |
|  |

**Задача 2.**

Две деревни А и В находятся по одну сторону от шоссе *а*. где на шоссе *а* надо расположить остановку автобуса К, чтобы расстояния от каждой из деревень до остановки были равными? **Замечание.** Шоссе считается прямой линией.

**Решение.** Построим точку В’, симметричную точке В относительно прямой *а*, и соединим точки А и В’ (рис. 13,*a*). Построим серединный перпендикуляр СК к отрезку АВ’, который пересекает прямую *а* в точке К и соединим точку К с точками К и В’ (рис. 13,*б*). По свойству серединного перпендикуляра АК = КВ’, а по свойству осевой симметрии КВ’ = ВК, следовательно, АК = ВК. Результат решения (рис. 13,*в*).

|  |
| --- |
|  |

*Рис.13*

**Задача 3.**

Докажите, что если в треугольнике медиана и биссектриса совпадают, то треугольник равнобедренный.

**Решение.** Пусть в треугольнике *ABC* медиана *BD* является биссектрисой. Рассмотрим точку *B*1, симметричную *B* относительно точки *D*. Так как *D* — середина отрезка *AC*, то четырехугольник *ABCB*1 — параллелограмм. А так как ![$ 
\angle$]()*ABB*1 = ![$ 
\angle$]()*B*1*BC* = ![$ 
\angle$]()*AB*1*B*, то треугольник *B*1*AB* равнобедренный и  *AB* = *AB*1 = *BC*.

**Задача 4.**

Двое игроков поочередно выкладывают на прямоугольный стол пятаки. Монету разрешается класть только на свободное место. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Докажите, что первый игрок всегда может выиграть.

**Решение.** Первый игрок кладет пятак в центр стола, а затем кладет пятаки симметрично пятакам второго игрока относительно центра стола. При такой стратегии первый игрок всегда имеет возможность сделать очередной ход. Ясно также, что игра завершится за конечное число ходов.

**Задача 5.**

Пусть *P*— середина стороны *AB* выпуклого четырехугольника *ABCD*. Докажите, что если площадь треугольника *PCD* равна половине площади четырехугольника *ABCD*, то *BC* || *AD*.

**Решение.** Пусть точка *D'* симметрична *D* относительно точки *P*. Если площадь треугольника *PCD* равна половине площади четырехугольника *ABCD*, то она равна сумме площадей треугольников *PBC* и *PAD*, т. е. сумме площадей треугольников *PBC* и *PBD'*. Так как *P* — середина отрезка *DD'*, то *S*PCD' = *S*PCD = *S*PBC + *S*PBD', поэтому точка *B* лежит на отрезке *D'C*. Остается заметить, что *D'B* || *AD*.

**Литература**

1. Вейль Г. Симметрия. – М., Наука, 1968.

2. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Часть I. – 2-е изд. – М.: Наука, 1991.

3. Тарасов Л.В. Этот удивительно симметричный мир. – М.: Просвещение, 1982.

4. Шафрановский И.И. Симметрия в природе. – 2-е изд. – Л:

Недра, 1985.

5. http://milogiya.narod.ru/simmetr01.htm